

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 20.02.2026

CLASA a XI-a

Subiectul 1. (25 puncte)

Fie $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$.

- a) Să se arate că suma elementelor matricei $B = A \cdot A^t + A^2$ este un număr natural divizibil cu 8.
b) Să se calculeze determinantul matricei A .

prof. Camelia Maria Chindriș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul 2. (25 puncte)

Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ având termenul general $x_n = \frac{3+4}{7} + \frac{3^2+4^2}{7^2} + \dots + \frac{3^n+4^n}{7^n}$.

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

prof. Anca Cristina Hodorogea, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Subiectul 3. (20 puncte)

Fie matricea $A \in M_2(\mathbb{C})$ cu $\text{tr}(A) = 3$ și $\det(A) = 5$. Demonstrați că:

$$5 \cdot \det(A^2 + 2I_2) = 3 \cdot \det(A^2 + 5I_2).$$

prof. Corina Livia Dragoș, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul 4. (20 puncte)

Se consideră șirul de numere reale $(a_n)_{n \geq 0}$ definit prin $a_0 = 0$ și $a_{n+1} - 1 = a_n + \sqrt{9 + 4 \cdot a_n}, \forall n \geq 0$.

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot a_n}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!